Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Addition kontexturierter Subzeichen

1. Wie üblich, gehen wir aus von der von Kaehr geschaffenen 3-kontexturierten semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

In Toth (2009) hatten wir gezeigt, wie man mit Hilfe der semiotischen Kontexturen Negationen definieren kann, ohne beim Komplementsbegriff direkt auf die Subzeichen (bzw. deren Komplementsmengen) zu rekurrieren:

Aus

$C(1.1_{1,3}) = 1.1_{2,1}, 1.1_{3,2}, 1.1_{3,1}$
$C(1.2_{1}) = 1.2_{2}, 1.2_{3}$
$C(1.3_{3}) = 1.3_{1}, 1.3_{2}$
$C(2.1_{1}) = 2.1_{2}, 2.1_{3}$
$C(2.2_{1,2}) = 2.2_{3,1}, 2.2_{2,3}, 2.2_{2,1}$
$C(2.3_{2}) = 2.3_{1}, 2.3_{3}$
$C(3.1_{3}) = 3.1_{1}, 3.1_{2}$
$C(3.2_{2}) = 3.2_{1}, 3.2_{3}$
$C(3.3_{2,3}) = 3.3_{1,2}, 3.3_{3,1}, 3.3_{3,2}$

bekommen wir die folgenden semiotischen Negationen:

N1: $1 \leftrightarrow 2$
N2: $2 \leftrightarrow 3$
N3: $1 \leftrightarrow 3$

2. Einem Vorschlag Beckmanns (1976) folgenden, kann man die Addition von Subzeichen durch boolesche Vereinigung (im Rahmen der Verbandstheorie) definieren, d.h. wir haben z.B.

$(1.1) \cup (1.2) = (1.2)$
$(1.1) \cup (1.3) = (1.3)$
$(1.2) \cup (1.3) = (1.3)$

Bei kontexturierten Subzeichen müssen wir uns über die Kontexturenzahlen keine Sorgen machen, da diese ja in der obigen Matrix für eine 3-kontexturale Semiotik bereits festgelegt sind, d.h. wir bekommen sofort

$(1.1)_{1,3} \cup (1.2)_1 = (1.2)_1$
$(1.1)_{1,3} \cup (1.3)_3 = (1.3)_3$
$(1.2)_1 \cup (1.3)_3 = (1.3)_3$

Damit haben wir nun aber Negation und Addition im Rahmen der Semiotik definiert, mittels deren wir sämtliche 16 Wahrheitswertfunktoren (vgl. Menne 1991, S. 34 f.) definieren können. Wir wollen dies anhand der Gesetze von de Morgan zeigen:

1. $p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$
2. $\neg p \vee \neg q = \neg(p \wedge q)$
3. $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$
4. $\neg(\neg p \vee \neg q) = p \wedge q$

Seien $p = (1.2)$ und $q = (1.3)$ und nehmen N1 $(1 \leftrightarrow 2)$:

1. $(1.2) \vee (1.3) = \neg(\neg(1.2) \wedge \neg(1.3)) = \neg((2.1) \wedge (2.3)) = (1.2) \vee (1.3)$.
2. $\neg(1.2) \vee \neg(1.3) = \neg((1.2) \wedge (1.3)) = (2.1) \vee (2.3) = \neg((1.2) \wedge (1.3))$
3. $\neg((1.2) \vee (1.3)) = \neg(1.2) \wedge \neg(1.3) =$ (analog)
4. $\neg(\neg(1.2) \vee \neg(1.3)) = (1.2) \wedge (1.3)$ (analog)

So kann man also durch diese und weitere Reduktionen die 16 klassischen sowie die 10 3-wertigen Wahrheitswertfunktoren (Möglichkeiten triadischer Sheffer-Funktoren!, vgl. Menne 1991, S. 39) auf Negation und Addition zurückführen. Damit stehen analog zu den bereits in Toth (2008, S. 143-213) gelegten Grundlagen einer semiotischen aristotelischen Logik (Aussagen-, Klassen-, Relationen-, Prädikatenlogik, Modelltheorie, Boolesche Algebra) die Tore offen für mehrwertige semiotische Logiken und vor allem für die Einbettung der monokontexturalen in die polykontexturale logische Semiotik.

Bibliographie

Beckmann, Peter, Verbandtheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S. 31-36

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

13.11.2009